

Известия Гомельского государственного университета
имени Ф. Скорины, № 3 (84), 2014

УДК 512.54

О $\{2,3\}$ -группах, в которых нет элементов порядка 6

Д.В. ЛЫТКИНА¹, В.Д. МАЗУРОВ²

Светлой памяти Леонида Александровича Шеметкова

Изучаются $\{2,3\}$ -группы без элементов порядка 6. Доказывается следующая теорема.

Теорема. Пусть G – бесконечная непримарная $\{2,3\}$ -группа без элементов порядка 6. Предположим, что любая подгруппа из G , порождённая двумя элементами порядка 3, конечна. Тогда G обладает одним из следующих свойств:

- (1) $G = O_3(G) \cdot T$, где $O_3(G) \neq 1$ – абелева группа, T – локально циклическая или локально кватернионная 2-группа, действующая свободно на $O_3(G)$.
- (2) $G = O_2(G) \cdot R$, где $O_2(G) \neq 1$ – нильпотентная 2-группа, степень нильпотентности которой не превосходит двух, R – 3-группа с единственной подгруппой порядка 3, действующая свободно на $O_2(G)$.
- (3) $G = O_2(G) \cdot (R \cdot \langle t \rangle)$, где $O_2(G) \neq 1$ – нильпотентная 2-группа, степень нильпотентности которой не превосходит двух, R – локально циклическая 3-группа, действующая свободно на $O_2(G)$, t – элемент порядка 2, переводящий при сопряжении каждый элемент из R в обратный.
- (4) $O_3(G) = 1$, силовская 3-подгруппа R из G не является локально циклической, $N_G(R)$ при сопряжении в R действует транзитивно на элементах порядка 3 из R , и любая силовская 3-подгруппа из G сопряжена с R .

Ключевые слова: $\{2,3\}$ -группа, локально циклическая группа, локально кватернионная группа, квадратичный автоморфизм.

In this paper, we study the $\{2,3\}$ -groups which have no elements of order 6. The following theorem is proved.

Theorem. Let G be an infinite non-primary $\{2,3\}$ -group which have no elements of order 6. Suppose that every subgroup of G generated by elements of order 3 is finite. Then G has one of the following properties:

- (1) $G = O_3(G) \cdot T$, where $O_3(G) \neq 1$ is an abelian group, T is either a locally cyclic group or a locally quaternion 2-group which acts freely on $O_3(G)$.
- (2) $G = O_2(G) \cdot R$, where $O_2(G) \neq 1$ is a nilpotent 2-group and the nilpotent length of $O_2(G)$ is at most 2, R is a 3-group with unique subgroup of order 3 and R acts freely on $O_2(G)$.
- (3) $G = O_2(G) \cdot (R \cdot \langle t \rangle)$, where $O_2(G) \neq 1$ is a nilpotent 2-group and the nilpotent length of $O_2(G)$ is at most 2, R is a locally cyclic 3-group which acts freely on $O_2(G)$, t is an element of order 2 such that t transforms every element of R to inverse in conjugation in R .
- (4) $O_3(G) = 1$, the Sylow 3-subgroup R of G is not a locally cyclic group, $N_G(R)$ acts transitively on elements of R of order 3 in conjugation in R , and every Sylow 3-subgroup of G is conjugate with R .

Keywords: $\{2,3\}$ -group, locally cyclic group, locally quaternion group, quadratic automorphism.

Введение. В работе изучаются $\{2,3\}$ -группы без элементов порядка 6. Начало таким исследованиям положила работа Б. Ноймана [1], в которой были классифицированы группы периода 6 без элементов порядка 6. Позднее локальную конечность групп периода 12 без элементов порядка 6 установил И.Н. Санов [2], а Д.В. Лыткина [3] описала точное строение таких групп. Локальную конечность групп периода 24 без элементов порядка 6 доказал В.Д. Мазуров [4]. Вскоре аналогичный результат был получен Э. Джабарой и Д.В. Лыткиной для групп периода 36 [5], а затем Э. Джабарой, Д.В. Лыткиной и В.Д. Мазуровым и для групп периода 72 [6].

Основные результаты.

Теорема. Пусть G – бесконечная непримарная $\{2,3\}$ -группа без элементов порядка 6. Предположим, что любая подгруппа из G , порождённая двумя элементами порядка 3, конечна. Тогда G обладает одним из следующих свойств:

(1) $G = O_3(G) \cdot T$, где $O_3(G) \neq 1$ – абелева группа, T – локально циклическая или локально кватернионная 2-группа, действующая свободно на $O_3(G)$;

(2) $G = O_2(G) \cdot R$, где $O_2(G) \neq 1$ – нильпотентная 2-группа, степень нильпотентности которой не превосходит двух, R – 3-группа с единственной подгруппой порядка 3, действующая свободно на $O_2(G)$;

(3) $G = O_2(G) \cdot (R \cdot \langle t \rangle)$, где $O_2(G) \neq 1$ – нильпотентная 2-группа, степень нильпотентности которой не превосходит двух, R – локально циклическая 3-группа, действующая свободно на $O_2(G)$, t – элемент порядка 2, переводящий при сопряжении каждый элемент из R в обратный;

(4) $O_3(G) = 1$, силовская 3-подгруппа R из G не является локально циклической, $N_G(R)$ при сопряжении в R действует транзитивно на элементах порядка 3 из R , и любая силовская 3-подгруппа из G сопряжена с R .

Здесь $O_p(G)$ для простого числа p означает наибольшую нормальную p -подгруппу группы G . Локально циклической называется группа, любая конечно порождённая подгруппа которой является циклической, при этом локально циклической считается и циклическая группа. Бесконечная локально циклическая p -группа, где p – простое число, изоморфна группе

$$C_p = \langle a_0, a_1, \dots \mid a_0^p = 1, a_{i+1}^p = a_i \text{ для } i = 0, 1, \dots \rangle.$$

Локально кватернионная 2-группа – это либо конечная (обобщенная) группа кватернионов, либо объединение бесконечной возрастающей последовательности обобщенных кватернионных групп. Таким образом, бесконечная локально кватернионная группа изоморфна группе

$$Q = \langle C_2, b \mid b^2 = a_0, a_i^b = a_i^{-1}, i = 0, 1, \dots \rangle.$$

Группа A , действующая на нетривиальной группе B , действует свободно, если $b^a \neq b$ для $1 \neq a \in A$, $1 \neq b \in B$. При этом само действие называется свободным действием.

Предварительные результаты.

Лемма 2.1 ([7, теорема 16.8.7]). Группа порядка $p^a q^b$, где p, q – простые числа, $a, b \in \mathbb{N}$, разрешима.

Лемма 2.2 ([8, теорема V.8.15]). Пусть конечная группа H действует свободно на конечной группе V .

(1) Если $|H| = pq$, где p и q – простые (не обязательно различные) числа, то H – циклическая группа.

(2) Если $|H| = p^a$, где p – простое число, $a \in \mathbb{N}$, то при $p > 2$ группа H циклическая, а при $p = 2$ группа H – либо циклическая, либо (обобщённая) группа кватернионов.

Автоморфизм α порядка n конечной группы G называется расщепляющим, если $gg^\alpha \cdots g^{\alpha^{n-1}} = 1$ для любого $g \in G$.

Лемма 2.3. (1) Пусть α – расщепляющий автоморфизм порядка 3 группы G . Если G не содержит элементов порядка 3, то G нильпотентна степени нильпотентности, не превосходящей двух.

(2) Пусть H – нормальная подгруппа, а x – элемент порядка 3 из группы G . Если $(hx)^3 = 1$ для любого элемента $h \in H$, то H нильпотентна. Кроме того, если H не содержит элементов порядка 3, то H нильпотентна степени нильпотентности, не превосходящей двух, и $\langle A, A^x \rangle = \langle A, A^x, A^{x^2} \rangle$ – инвариантная относительно $\langle x \rangle$ подгруппа для любой подгруппы A из H . Если при этом A абелева, то $\langle A, A^x \rangle = AA^x$ абелева.

Доказательство. Пункт (1) – это лемма 6 из [9].

(2) Так как $1 = (hx)^3 = h x h x h x = h h^{x^2} h^x$, то x^2 индуцирует в H расщепляющий автоморфизм порядка 3 и заключение о двуступенной нильпотентности H следует из (1).

Пусть A – подгруппа из H . Тогда $aa^x a^{x^2} = 1$ для $a \in A$, откуда $A^{x^2} \leq \langle A, A^x \rangle$, т.е. $\langle A, A^x \rangle = \langle A, A^x, A^{x^2} \rangle$ – инвариантная относительно $\langle x \rangle$ подгруппа.

Пусть теперь A абелева, $a \in A$. Так как $aa^x a^{x^2} = 1$, то $a^{x^2} = (a^{-1})^x a^{-1}$ для любого $a \in A$. Заменяя в этом равенстве a на a^{-1} , получим $(a^{-1})^{x^2} = a^x a$, откуда $a^x aa^{x^2} = 1$ и $aa^x = a^x a$ для любого $a \in A$. Пусть b – ещё один элемент из A . По доказанному

$$(a^x a)(b^x b) = (a^{-1})^{x^2} (b^{-1})^{x^2} = (a^{-1} b^{-1})^{x^2} = (ab)^x ab = a^x b^x ab,$$

т.е. $ab^x = b^x a$. Отсюда вытекает, что $[A, A^x] = 1$, т.е. AA^x – абелева подгруппа. Лемма доказана.

Лемма 2.4. Если T – нетривиальная 2-группа, действующая свободно на периодической группе R , то R абелева, T обладает единственной подгруппой $\langle t \rangle$ порядка 2, $r^t = r^{-1}$ для любого $r \in R$ и T – локально циклическая или локально кватернионная группа.

Доказательство. Пусть G – полупрямое произведение R на T и t – инволюция из T . Очевидно, что $C_{R(t)}(t) = \langle t \rangle$. Выберем произвольный элемент r из R . Элемент $x = t^r t$ содержится в R и $x' = x^{-1}$, поэтому порядок x нечётен и в $\langle t^r, t \rangle$ найдётся инволюция u , для которой $t^u = t$. Отсюда $ru = t$, $r = ut$, $r^t = tu = r^{-1}$. Если $r_1, r_2 \in R$, то $r_2^{-1} r_1^{-1} = (r_1 r_2)^{-1} = (r_1 r_2)^t = r_1^t r_2^t = r_1^{-1} r_2^{-1}$, откуда $r_1 r_2 = r_2 r_1$ и R абелева.

Пусть u – инволюция из T , $1 \neq r \in R$. По доказанному $r^u = r^{-1}$, т.е. $r^{uu} = r$. По условию $ut = 1$, т.е. $u = t$ и t – единственная инволюция в T . По известной теореме Шункова (см. [10, лемма 4]) группа T локально циклическая или локально кватернионная. Лемма доказана.

Лемма 2.5. Пусть $F = \langle x, y \mid x^3 = y^3 = (xy)^3 \rangle$. Тогда отображение $x \rightarrow a$, $y \rightarrow ai$ продолжается до изоморфизма $\phi: F \rightarrow F_0$, где $F_0 = \langle a, u, v \mid 1 = a^3 = [u, v], u^a = v, v^a = u^{-1} v^{-1} \rangle$ – расширение свободной абелевой группы $\langle u, v \rangle$ ранга 2 посредством группы автоморфизмов $\langle a \rangle$ порядка 3. При этом $u = (yx^{-1})^\phi$, $v = (x^{-1}y)^\phi$.

Доказательство. Положим $b = yx^{-1}$, $c = x^{-1}y$. Тогда

$$[b, c] = b^{-1} c^{-1} b c = xy^{-1} y^{-1} x y x^{-1} x^{-1} y = (xy)^3 = 1.$$

Кроме того,

$$b^x = x^{-1} (yx^{-1}) x = x^{-1} y = c,$$

$$c^x = x^{-1} (x^{-1} y) x = x y x = (yx^{-1})^{-1} (x^{-1} y)^{-1} = b^{-1} c^{-1}.$$

Эти вычисления показывают, что отображение $a \rightarrow x$, $u \rightarrow b = yx^{-1}$, $v \rightarrow c = x^{-1}y$ продолжается до гомоморфизма F_0 на $\langle x, yx^{-1}, x^{-1}y \rangle = F$. С другой стороны, $F_0 = \langle a, u, v \rangle = \langle a, u, u^a \rangle = \langle a, u \rangle = \langle a, ai \rangle$ и при этом

$$(ai)^3 = aiaiaia = aia^{-1} a^{-1} ia \cdot u = u^a u^a u = u^{-1} v^{-1} \cdot v \cdot u = 1,$$

$$(a \cdot ai)^3 = (a^{-1} u)^3 = u^a u^a u = 1.$$

Таким образом, отображение $x \rightarrow a$, $y \rightarrow ai$ продолжается до гомоморфизма F на $F_0 = \langle a, ai \rangle$ и, следовательно, ϕ является изоморфизмом. Лемма доказана.

Лемма 2.6. Пусть G – группа, в которой нет элементарных абелевых подгрупп порядка 9, r – такой элемент порядка 3 из G , что для каждого $x \in G$ подгруппа $\langle r, r^x \rangle$ либо совпадает с $\langle r \rangle$, либо изоморфна A_4 . Тогда $\langle x^G \rangle$ изоморфна $T\langle x \rangle$, где T – элементарная абелева нормальная в G 2-подгруппа.

Доказательство. Это утверждение – частный случай теоремы 2 из [11].

Автоморфизм a абелевой группы V называется *квадратичным*, если найдутся такие целые числа m и n , что $v^{a^2} \cdot v^{ma} v^n = 1$ для любого $v \in V$.

Лемма 2.7 [12, теорема 1]. Периодическая группа, порождённая двумя квадратичными автоморфизмами абелевой группы, конечна.

Лемма 2.8. Пусть G – непримарная $\{2,3\}$ -группа без элементов порядка 6. Если централизатор каждой инволюции из G – элементарная абелева 2-группа, то G удовлетворяет одному из пунктов (1), (2) заключения теоремы.

Доказательство. Утверждение является частным случаем теоремы 2 из [13].

Доказательство теоремы. Пусть G – непримарная $\{2,3\}$ -группа без элементов порядка 6.

Лемма 3.1 [6, теорема 1.2]. Если G локально конечна, то выполнено одно из следующих утверждений:

(1) $G = R \cdot T$, где R – абелева нормальная в G 3-подгруппа, T – 2-группа с единственной подгруппой порядка 2, действующая свободно на R ;

(2) $G = T \cdot R$, где T – нормальная нильпотентная 2-подгруппа, степень нильпотентности которой не превосходит двух, R – локально циклическая 3-подгруппа, действующая свободно на T ;

(3) $G = T \cdot (R \cdot \langle t \rangle)$, где T – нормальная в G нильпотентная 2-подгруппа, степень нильпотентности которой не превосходит двух, R – локально циклическая 3-подгруппа, действующая свободно на T при сопряжении в G , и $r^t = r^{-1}$ для любого $r \in R$.

Лемма 3.2. Пусть x, y – элементы порядка 3 из G и $K = A\langle x \rangle$ – конечная подгруппа. Тогда выполнено одно из следующих утверждений:

(1) K является 3-группой;

(2) порядок одного из элементов xy, xy^{-1} равен 3, и $K = A\langle x \rangle$, где $A = \langle u, v \rangle$ – абелева нормальная в K 2-подгруппа, $u^x = v, v^x = u^{-1}v^{-1}$.

Доказательство. Если не выполнен пункт (1), то K содержит элемент порядка 2. По лемме 3.1 K содержит нетривиальную нормальную 2-подгруппу T такую, что $K = T\langle x \rangle = T\langle y \rangle$ и порядок любого элемента из K/T равен 3. Так как оба элемента xy и xy^{-1} не могут содержаться в T , то порядок одного из них, скажем, элемента xy , равен 3. Теперь K является гомоморфным образом группы F из леммы 2.5, откуда вытекает, что для K выполнен пункт (2). Лемма доказана.

Лемма 3.3 [6, теорема 1.3(1)]. Если $O_2(G) \neq 1$ или $O_3(G) \neq 1$, то для G выполнен один из пунктов (1)–(3) заключения теоремы.

Пусть далее G – группа, удовлетворяющая условиям теоремы.

Лемма 3.4. Пусть x – элемент порядка 3 из G , t – инволюция из G , $K = \langle x, t \rangle$. Тогда K конечна и выполняется одно из следующих утверждений:

(1) K изоморфна знакопеременной группе A_4 степени 4.

(2) В K содержатся абелева 2-подгруппа T индекса 6, порождённая двумя элементами и нормальная в K , и элемент y порядка 3, для которых $K = T\langle y, t \rangle$ и $y^t = y^{-1}$.

Доказательство. Пусть вначале $t \in X = \langle x, x^t \rangle$. По лемме 3.3 $K = T\langle x \rangle$, где T – абелева двупорождённая 2-подгруппа, нормальная в K . Очевидно, что $t \in K$, и поэтому $V = \langle t, t^x, t^{x^2} \rangle$ – элементарная абелева группа порядка 4. Поскольку V инвариантна относительно $\langle x \rangle$ и $K = \langle V, x \rangle$, то $K \cong A_4$.

Пусть теперь $t \notin X$. Так как X инвариантна относительно $\langle t \rangle$, то $K = X\langle t \rangle$ и $|K : X| = 2$.

Если X является 3-группой, то по лемме 2.4 она абелева и $a^t = a^{-1}$ для любого $a \in X$ и, в частности, $x^t = x^{-1}$. В этом случае выполнен пункт (2) заключения с $T = 1$.

Если же X содержит элемент порядка 2, то по лемме 3.3 $O_2(X)$ является двупорождённой абелевой 2-группой и $X = O_2(X)\langle x \rangle$. Так как $Xtt^x = Xtx^{-1}tx = Xt^2 = X$, то $tt^x \in X$. Кроме того, $tt^x \notin T$, иначе $Tt^x = Tt$ и K/T абелева порядка 6. Значит, tt^x не является 2-элементом, и поэтому порядок $y = tt^x$ равен трём. Так как $y^t = y^{-1}$, то лемма доказана.

Лемма 3.5. Если в G нет подгрупп, изоморфных симметрической группе S_3 степени 3, то выполнен один из пунктов (1), (2) заключения теоремы.

Доказательство. Действительно, в этом случае по лемме 3.4 любая инволюция t и любой элемент x порядка 3 из G порождает подгруппу, изоморфную A_4 , в частности, порядок tx равен 3. Индукцией по n покажем, что для инволюций t_1, \dots, t_n порядок элемента $t_1 \cdots t_n x$ равен 3.

Для $n=1$ это, очевидно, верно. Если $t_2 \cdots t_n x$ – элемент порядка 3, то $\langle t_1, t_2 \cdots t_n x \rangle \cong A_4$, поэтому $t_1 \cdots t_n x$ – элемент порядка 3.

Пусть теперь T – подгруппа, порождённая всеми инволюциями из G . Очевидно, что T нормальна в G . Пусть $a \in T$. По доказанному $1 = (ax^{-1})^3 = ax^{-1}ax^{-1}ax^{-1} = aa^x a^{x^2}$. Это означает, что x индуцирует в T расщепляющий автоморфизм порядка 3. По лемме 2.3(1) T нильпотентна. Поскольку T порождается инволюциями, T – 2-группа. Теперь заключение следует из леммы 3.4.

Таким образом, для доказательства теоремы остаётся рассмотреть случай, когда в G содержится подгруппа S , изоморфная S_3 . Пусть r – элемент порядка 3 и t – инволюция, порождающие S . Тогда $r^t = r^{-1}$.

Лемма 3.6. Пусть $R = C_G(r)$ – абелева силовская 3-подгруппа из G и $x^t = x^{-1}$ для любого $x \in R$. Любая силовская 3-подгруппа из G сопряжена с R . Если для G не справедливы ни один из пунктов (1)–(3) заключения теоремы, то любой элемент порядка 3 из R сопряжён в $N_G(R)$ с r .

Доказательство. Подгруппа $\langle t \rangle$ действует свободно на 3-группе R , и по лемме 2.4 $x^t = x^{-1}$ для любого $x \in R$. Отсюда следует, что R совпадает с $C_G(x)$ для любого $x \in R$. Пусть R_1 – силовская 3-подгруппа из G , содержащая R . Пусть r_1 – элемент порядка 3 из R_1 . По условию $H = \langle r, r_1 \rangle$ – конечная 3-группа. Пусть r_2 – элемент порядка 3 из центра H . Тогда $r_2 \in R$ и $C_G(r_2) = R$. Отсюда $r_1 \in R$, т.е. R содержит все элементы порядка 3 из R_1 . Поскольку любой элемент из R_1 централизует некоторый элемент порядка 3, R содержит любой элемент из R_1 . Итак, R – силовская 3-подгруппа из G .

Понятно, что любая силовская 3-подгруппа из G , отличная от R , пересекается с R тривиально. Если R нормальна в G , то заключение леммы верно по лемме 3.3. Поэтому можно считать, что R не является нормальной в G .

Пусть y – элемент порядка 3, не лежащий в R , R_1 – силовская 3-подгруппа из G , содержащая y . Тогда $R \cap R_1 = 1$ и, как и выше, $\langle r, y \rangle$ не является 3-группой. По лемме 3.2 $\langle y \rangle$ сопряжена с $\langle r \rangle$ в $\langle r, y \rangle$, поэтому y сопряжен в $\langle r, y \rangle$ с r и r^{-1} . Так как $r^t = r^{-1}$, то y сопряжён с r в G . Поскольку любой элемент порядка 3 из R сопряжён с элементом, не принадлежащим R , то все элементы порядка 3 из R сопряжены с r . Аналогичное рассуждение показывает, что любая силовская 3-подгруппа из G сопряжена с R .

Пусть теперь y – элемент порядка 3 из R и $r = y^x$ для $x \in G$. Тогда $R = C_G(r) = C_G(y)^x = R^x$, т.е. $x \in N_G(R)$. Лемма доказана.

Закончим доказательство теоремы. Мы показали, что либо для G выполнен один из пунктов (1)–(4), либо в G существует подгруппа $S = \langle r, t \rangle$, где r – элемент порядка 3, t – инволюция, $r^t = r^{-1}$ и в G нет элементарных абелевых подгрупп порядка 9. Рассмотрим эту оставшуюся ситуацию.

Лемма 3.7. (1) Уравнение $x^2 = t$ в G неразрешимо.

(2) Если a – элемент порядка 4, x – элемент порядка 3 из G , то $K = \langle a^2, x \rangle \cong A_4$.

Доказательство. (1) Предположим противное. Поскольку $r^{x^2} = r^{-1}$, то x нормализует $\langle r, r^x \rangle$, и поэтому $\langle r, x \rangle$ – конечная группа. По лемме 3.1 $R = \langle r, r^x \rangle$ является 3-группой. По условию она циклическая и не обладает автоморфизмом порядка 4. Противоречие.

(2) Предположим противное. По лемме 3.4 в $K = T\langle y, t \rangle$, где T – нормальная в K 2-подгруппа, y сопряжен с x . Поскольку все инволюции из $K \setminus T\langle y \rangle$ сопряжены с t , то возникает противоречие с леммой 3.6. Лемма доказана.

Обозначим через Δ множество тех инволюций, которые являются квадратами элементов порядка 4 из G . Если Δ пусто, то в G нет элементов порядка 4, и поэтому централизатор каждой инволюции из G является элементарной абелевой 2-группой. По лемме 2.8 для G справедлив один из пунктов (1) или (2) заключения теоремы.

Пусть Δ непусто. Пусть $t_1, \dots, t_n \in \Delta$, x – элемент порядка 3 из G .

Как и раньше, индукцией по n покажем, что порядок $t_1 \cdots t_n x$ равен 3. Это верно для $n=1$ по лемме 3.7. Пусть порядок $y = t_2 \cdots t_n x$ равен 3. Тогда по лемме 3.7 порядок $t_1 y = t_1 t_2 \cdots t_n x$ равен 3.

Пусть $T = \langle \Delta \rangle$. Тогда T нормальна в G и по предыдущему абзацу порядок любого элемента из смежного класса Tx равен трём. По лемме 2.3(2) T – нильпотентная группа. Поскольку T порождена инволюциями, то она является 2-группой. По лемме 3.3 G удовлетворяет одному из пунктов (1)–(3) заключения теоремы.

Литература

1. Neumann, B. H. Groups whose elements have bounded orders / B.H. Neumann // J. London Math. Soc. – 1937. – № 12. – Р. 195–198.
2. Санов, И.Н. Решение проблемы Бернсайда для показателя 4 / И.Н. Санов // Ученые записки Ленинградского гос. ун-та. Сер. Матем. – 1940. – № 55. – С. 166–170.
3. Лыткина, Д.В. Строение группы, порядки элементов которой не превосходят числа 4 / Д.В. Лыткина // Сибирский матем. ж. – 2007. – Т. 48, № 2. – С. 353–358.
4. Мазуров, В.Д. О группах периода 24 / В.Д. Мазуров // Алгебра и логика. – 2010. – Т. 49, № 6. – С. 766–781.
5. Джабара, Э. О группах периода 36 / Э. Джабара, Д.В. Лыткина // Сибирский матем. ж. – 2013. – Т. 54, №1. – С. 44–48.
6. Jabara, E. On groups of exponent 72 / E. Jabara, D.V. Lytkina, V.D. Mazurov // J. Groups Theory. – 2014. – Vol. 17, № 3.
7. Холл, М. Теория групп / М. Холл. – М.: Иностранная литература, 1962.
8. Huppert, B. Endliche Gruppen I / B. Huppert. – Berlin–Heidelberg–New York: Springer–Verlag, 1967.
9. Журтов, А.Х. О регулярных автоморфизмах порядка 3 и парах Фробениуса / А.Х. Журтов // Сибирский матем. ж. – 2000. – Т. 41, № 2. – С. 329–338.
10. Лыткина, Д.В. О периодических группах, действующих свободно на абелевой группе / Д.В. Лыткина // Алгебра и логика. – 2010. – Т. 49, № 3. – С. 379–387.
11. Мазуров, В.Д. Характеризация знакопеременных групп / В.Д. Мазуров // Алгебра и логика. – 2005. – Т. 44, № 1. – С. 54–69.
12. Журтов, А.Х. О квадратичных автоморфизмах абелевых групп / А.Х. Журтов // Алгебра и логика. – 2000. – Т. 39, № 3. – С. 320–328.
13. Мазуров, В.Д. О бесконечных группах с абелевыми централизаторами инвол / В.Д. Мазуров // Алгебра и логика. – 2000. – Т. 39, №1. – С. 74–86.

¹ Институт математики им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения РАН

² Новосибирский государственный университет

Поступила в редакцию 12.05.2014